研究トピックス



# 高損失材料(グラファイト混合物) の誘電率と導電率の関係

Relationship between permittivity and electric conductivity of high loss (graphite mixture) materials

### Noboru Yoshikawa

東北大学大学院環境科学研究科、工学部材料科学総合学科 吉川 昇 〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-02 e-mail: yosin@tohoku.ac.jp

#### 1. はじめに

ステンレスの酸洗スラッジから有価金属を回収する ため、マイクロ波加熱を用いて還元前の脱水・乾燥等 を行なうことを検討した。このためには、主成分の水 酸化鉄や鉄の水和物を加熱する目的でマイクロ波のサ セプターとしてグラファイトの添加が必要であった[1]。 ところが、図1に示すように、マイクロ波加熱を起こ し易くするためにグラファイト(C)を添加し過ぎると、 マイクロ波がペレットの中まで入らなくなる事が分か った。





図 1: マイクロ波加熱(2.45GHz, 1kW, 1min.)した FeO(OH)/C 混合粉末ペレットの写真、FeO(OH): 暗緑色、Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>: 赤褐色、(a) FeO(OH)/C = 1, (b) FeO(OH)/C = 0.25 (マイクロ波加熱により、FeO(OH)がFe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>に変化し、 色が変わる。)物質へのマイクロ波電磁場の浸透距離 ( $\delta$ )は、誘電体の場合、Eq.1で、また導電体の場合、Eq. 2で示される。ここでc:光速、 $\omega = 2\pi f, f$ :周波数、複 素(比)誘電率  $\varepsilon_r = \varepsilon_r' - i \cdot \varepsilon_r$ ",透磁率: $\mu$ 、導電率: $\sigma$ で ある。Eq.1 は $\mu = \mu_0 \varepsilon$ 仮定している。

$$\delta = \frac{\sqrt{2c}}{\omega \sqrt{\sqrt{\left(\epsilon_{r}^{'}\right)^{2} + \left(\epsilon_{r}^{'}\right)^{2} - \epsilon_{r}^{'}}}}$$
(1)  
$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}$$
(2)

グラファイト粉末の混合体においては、グラファイ ト組成により誘電体から導電体への遷移が生じる。こ の時の浸透距離はどうなるのかと言う疑問がある。一 方、混合体の有効物性を議論する場合、マイクロ波の 波長に対し、添加物であるグラファイトの粒径は十分 小さい。この場合、電磁波は個々の粒子による散乱で はなく、有効物性値を感じ取る事になる[2]。

有効物性値を見積もるためには、幾つかの混合則が

ある。混合則を用いて、グラファイト混合物の有効誘 電率を見積もるためには、グラファイトの誘電率を代 入しなければならない。導電性物質であるグラファイ トは、負の誘電率を有するのか?この点は、本研究会 のテーマである。またこのような導電性物質と誘電体 の混合物では、導電率のパーコレーションが起こる。 この現象も視野に入れて、実験データと、混合則によ る有効誘電率のフィッティング、グラファイトの誘電 率と言う事を課題とする。そして高損失材料の誘電率 と導電率関係について述べる。

#### 2. 混合体の誘電率、導電率測定

#### 2-1. 誘電率

ベクトルネットワークアナライザ(Agilent type 5062A)を用いて同軸伝送ライン法により Fe0(0H)/C 混 合粉末の誘電率の測定を行なった。試料の混合粉末は、 中空円筒の治具(外径 7mm,内径 3mm,長さ 3mm)内に圧粉 した。複素誘電率の周波数依存性について得られた結 果の1例を図2に示す。C 組成が小さい場合(図 2a)、 比誘電率の実部、虚部共に周波数と共に小さくなる傾 向を示したが、C 組成が大きくなると、比誘電率の実 部が負の値になることが分かった(図 2b)。これは 2-2 で示すように、混合粉の導電性が高くなる事に起因し ており、本測定法の測定範囲を越えているためである。 従ってこの負の値が妥当であるとは言い難いが、「金属 は負の誘電率を持つのか」という研究会の表題に関し ては、肯定的な結果である。

図3にはグラファイトの組成(体積分率)による比誘 電率の実部、虚部の測定値を示した。実部の値は、C= 8vol%付近でピークを有し、ピーク以上のC量では、C 量と共に負の値に向け減少する事が分かった。



C体積分率、(a)8.18%, (b)11.2%



図 3、比誘電率の C 体積分率依存性(測定値)、 ○: ε<sub>r</sub>', ■: ε<sub>r</sub>", 実線、破線はフィッティング曲線

#### 2-2. 直流導電率

混合粉末試料を直径 6mm、長さ 10mm の容器内に圧縮 して充填され、両端の導電性ペーストを塗布し、直流 導電率を2端子法で測定した。導電率のC体積分率依 存性を図4に示す。C体積分離率 = 10%程度で、急に 導電率が増加している事が分かる。これはパーコレー ションと呼ばれる現象であり、C粒子同士が接触し、 電流パスが形成されるために生じる。



図4、直流導電率のC体積分率依存性、 〇:測定値、破線:フィッティング曲線

#### 2-3. マイクロ波浸透距離の見積もり

図4に示すように、C量によって混合粉末体はパー コレーションの閾値を境に、誘電体から導電体に遷移 する事が分かった。それぞれの領域に対し、Eq.1とEq.2 により、マイクロ波の浸透距離を見積もった。図5に 示すように、誘電体領域の場合のマイクロ波浸透距離 は、導電体域の場合の浸透距離と互いに外挿した関係 にある事が確認された。またパーコレーション閾値の 付近においては、どちらの式からもずれることが 分かった。



図 5、(a) Eq. 1 および(b) Eq. 2 により見積もった マイクロ波浸透距離

#### 3. 誘電率、導電率の混合則

測定した誘電率や導電率等の有効物性値を用いてマ イクロ波浸透深さを推定したが、混合則を用いて計算 した値と、測定値との比較を行なう。

#### 3-1. 誘電率の混合則

既に数多くの混合則が提案されている[4,5]。その代 表的な物を紹介すると、母相、第2相の誘電率を $\epsilon_1, \epsilon_2$ および、第2相の体積分率をfとすると、Eq.3による体 積分率の加算則である「べき乗」則がある。べき乗指 数nにおいて、n = 1 が直列、n = -1 が並列に対応する。  $\epsilon_m^n = (1-f)\epsilon_1^n + f\epsilon_2^n$  (3)

また |n| <1 の場合、Eq.4 に示す Lichtenecker 則がある。

 $\log \varepsilon_{\rm m} = (1-f) \log \varepsilon_1 + f \log \varepsilon_2 \tag{4}$ 

これらは、たとえば第2相が粒子状であった場合、その形状や結合状態については考慮できないし、それぞれの粒子による電場の変化等は考慮されていない。

母相中の存在する粒子に依る電場の影響は、 Clausius-Mossottiの式により表されるが、これから派生 した誘電率混合則としてMaxwell-Garnett則(Eq. 5)が良 く用いられている。母相(h)の中に介在物相(i)が複数 個、体積分率 $f_i$ で存在する場合の有効誘電率 $\epsilon_m$ を表す式 である。

$$\varepsilon_{m} = \varepsilon_{h} + \frac{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^{n} f_{i}(\varepsilon_{i} - \varepsilon_{h}) \sum_{k=1}^{3} \frac{\varepsilon_{h}}{\varepsilon_{h} + N_{ik}(\varepsilon_{i} - \varepsilon_{h})}}{1 - \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{n} f_{i}(\varepsilon_{i} - \varepsilon_{h}) \sum_{k=1}^{3} \frac{N_{ik}}{\varepsilon_{h} + N_{ik}(\varepsilon_{i} - \varepsilon_{h})}}$$
(5)

この式においては、粒子の形状を反電場係数 $N_{ik}$ として 導入している。指数kはx, y, z座標を意味する。 粒子が球状であれば $N_{ik}$  = 1/3 であり、2 相のみであれ ば、Eq. 6 のように簡単になる。

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{m} - \boldsymbol{\varepsilon}_{h} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{m} + 2\boldsymbol{\varepsilon}_{h} \end{pmatrix} = f_{i} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{i} - \boldsymbol{\varepsilon}_{h} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{i} + 2\boldsymbol{\varepsilon}_{h} \end{pmatrix}$$
(6)

これに対し、有効媒質近似(Effective Medium Approximation: EMA)による混合則がある。これは1個の介在物相に対して、母相と他の介在物相から構成される周囲媒質を1つの有効媒質として複合(有効)誘電 率 $\epsilon_m$ を計算する方法であり、2 相のみで介在物相が球状であればEq.7 で表される。

$$(1-f_i)\left(\frac{\varepsilon_h - \varepsilon_m}{\varepsilon_h + 2\varepsilon_m}\right) + f_i\left(\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_m}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_m}\right) = 0 \tag{7}$$

ところで、Maxwell-Garnett 則では、パーコレーショ ンの存在を表す事ができないが、EAM ではそれが可能 である.しかし球を仮定した Eq.7 ではパーコレーショ ンは f=1/3 で生じる事になる。

#### 3-2. 導電率における GEM

Eq.3~7の混合則は、導電率にも適用されている。こ こではEAMを更に拡張し、一般化したGEM(Generalized Effective Medium Approximation)混合則[6]について紹介 する。これはEq.8 で示されるが、ここでは図4の誘電 体域と導電体域での導電率をべき乗則で表し、その指 数s,t、およびパーコレーションの閾値f<sub>c</sub>が含まれる。こ れらは全て実験的に求められるパラメーターである。  $f_c$ の代わりに $N_{ik}$ のような形状因子でも置換えられる。

$$(I-f_{i})\left(\frac{\sigma_{h}^{1/s}-\sigma_{m}^{1/s}}{\sigma_{h}^{1/s}+\{(I-f_{c})/f_{c}\}\sigma_{m}^{1/s}}\right)+f_{i}\left(\frac{\sigma_{i}^{1/t}\sigma_{m}^{1/t}}{\sigma_{i}^{1/t}+\{(I-f_{c})/f_{c}\}\sigma_{m}^{1/t}}\right)=0$$

(8)

この式を用いて、複合導電率をフィッティングした 曲線を図4に赤破線で示している。この1つの式で、 測定領域の全組成を表せる事は非常に興味深い。

#### 3-3. 高周波における誘電率と導電率の関係

これまでの混合則の議論は主に直流電場(電流)の場 合への適用を考えた。しかしながら高周波においては、 誘電率と導電率の間の関係は区別が難しくなり、複合 則を扱う上で検討が必要である。複素誘電率と複素導 電率の間には Eq.9,10 のような関係にある。

$$\sigma = (\sigma' - \sigma'' \cdot i) \approx (\sigma' - \omega \varepsilon' \cdot i)$$
(9)

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\boldsymbol{\varepsilon}' - \boldsymbol{\varepsilon}'' \cdot \mathbf{i}) \approx (\boldsymbol{\varepsilon}' - \boldsymbol{\sigma}'/\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{i}) \tag{10}$$

これによると複素導電率の虚部が複素誘電率の実部に 対応し、複素誘電率の虚部が複素導電率の実部に対応 する。これは、導電性を有する誘電体の複素誘電率、 複素導電率の混合則への適用にも議論されるが、金属 やグラファイトの場合には、一般に ε"=σ/ωとはならな い点に注意すべきである。

#### 3-4. 実験結果に対する symmetric state の適用

複合体の誘電率においてもパーコレーションが指摘 されており[7]、同様に Eq.8 は誘電率の複合則にも適応 されている[8]。Eq.8 の適応においては、2相の存在状 態について、図 6 のような場合を考慮する必要がある。 (b)のような状態においては導電粒子が結合し、パーコ レーションが生じる。



図6、複合体の構成相の状態(文献[9]を参考に作成)

ここで、(a) (c) の状態は、相 1,2 に対しasymmetric な 配置であり、平均導電(誘電)率はべき乗則(べき乗指数 s, t)を用いて与えられる。それに対し、(b)の状態は、 symmetricな配置でありs = t = 1 である。上に示した Fe0(0H)/C系の場合、導電性が高い領域では、誘電率測 定ができず、複合体誘電率のべき乗指数tを決定する事 ができないため、 $f_c$ の実験値とs = t = 1 とした有効誘電 率の混合則Eq. 11 を用い、測定した複合体誘電率のフ ィッティングを行なった。

$$f\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_m}{\varepsilon_2 + A\varepsilon_m} + (1 - f)\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_m}{\varepsilon_1 + A\varepsilon_m} = 0 \quad , \quad A = (1 - f_c) / f_c$$

## 実験結果のフィッティングとグラファイトの誘電率

#### 4-1. 混合則のシミュレーション(複合誘電率)

Eq.11 は、Eq. 8 より単純ではあるが、複素誘電率を 考える場合、数学的に興味深い特徴がある。Eq. 11 に よる単純なシミュレーション結果を図7に示す。

(11)



## 図7、混合誘電率の第2相体積分率(f)依存性 (第2相の誘電率虚部 ε<sub>a</sub>,"変化)

Eq. 11 において実部のみの混合則の結果は、図の赤 線で示すように単調な変化であるが(この場合、 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 2$ でありfによる変化無し)、複素誘電率では、パーコレ ーション閾値(上図ではf<sub>c</sub>=0.1)において、平均誘電率の 虚部は急激な増加を示す一方で、実部はピークを持つ。 このピーク高さは、 $\epsilon_{2r}$ "の平方根にほぼ比例する事が分 かった。すなわち、平均誘電率の実部は、第2相の誘 電率虚部(Eq.10によれば、第2相の導電率に関係する) に大きく依存している。

#### 4-2. 平均誘電率実測値のフィッティング

図3においては、複合誘電率の実測値において、Cvol = 8vol%程度にピークが存在する。Eq.11によりこの挙動に関してフィッティングを行なった。この計算曲線は、図3中に示してあるが、実部、虚部ともに実測値と良好な一致を示す事が分かった。

#### 4-3. グラファイト誘電率

ところでEq. 11 を用いてフィッティングを行なうた めには、グラファイトの誘電率を入力する必要がある。 前述したように、これは実測できなかった。図3のフ イッティングにおいて用いた値は、ε<sub>r</sub> = 1060 – 3568 i であった。この値について、既報文献との比較を行な った。

表1に示すように、GEMによるフィッティングでは, これ以上の値も報告されているが、直接測定により得 られた値よりは、相当大きくなる事が分かった。ただ し、これらの相違の原因には、炭素材の相違や測定法 の違い等も考えられる。

表1、既報グラファイト誘電率の比較

Ref. ε<sub>r</sub>' ε<sub>r</sub>" 備考

			送線法), activated carbon (AT-No.5)
11	18~25	11~14	同上, activated carbon (Artificial graphite)

今回のフィッティングでは、グラファイトの誘電率 実部は大きな正の値であると仮定し、平均誘電率を計 算した。従って全体としては平均誘電率の実部は図 8(a)のような Cvol%の依存性をとる事になるが、もし グラファイト誘電率の実部が、負であれば、(b)のよう なフィッティングを行なう事も可能である。これらの 点については、今後の検討課題であると考える。



図8、平均誘電率実部のCvol%依存性の模式図

#### 5. 結論

FeO(OH)/C 混合粉末の誘電率、導電率測定を行ない、 マイクロ波浸透距離の見積もりを行ない、誘電体、導 電体を仮定した浸透距離が互いにコンシステントであ る事が分かった。

実測された誘電率を、混合則を基にフィッティング を行ない、グラファイトの誘電率を予測した。複素誘 電率の混合則によると有効誘電率の実部にピークの存 在を予想できるが、これを用いた上でグラファイト誘 電率実部の符号について、今後更に検討を行いたい。 参考文献

- K.Kawahira, Y.Saito, N.Yoshikawa, H.Todoroki and S.Taniguchi, Metall. Mater. Trans. 45B, (2014) 212-220.
- A. Sihvola, "Electromagnetic Mixing Formulas and Applications", IET Electromagnetic Waves Series 47, Lomdon, UK, (1999)
- N. Yoshikawa, K. Kawahira, Y. Saito, H. Todoroki, and S. Taniguchi, J. Appl. Phys., 117, (2015),084105-
- 4. R. Landauer, AIP Conf. Proc., 40, (1978) 2.
- W. R. Tinga, W. A. G. Voss, and D. F. Blossey, J. Appl. Phys. 44, (1973) 3897.
- J.Wu and D.S.McLachlan, Phys. Rev. B, 56 (1997) 1236.
- Q.Zhang, J.Zhai, L.Kong and X.Yao, Appl. Phys. Lett., 97 (2010) 182903.
- D.S.McLachlan, A.Priou and I. Chenerie, E. Issac, F. Henry, J. Electromagnetic Waves and Applications, 6,(9), (1992) 1099.
- D.S.McLachlan, M.Blaszkiewics and R.E.Newnhan, J.Am.Ceram.Soc., 73 [8] (1990) 2187-2203.
- 10. J.E.Atwater and R.R.Wheeler Jr., Carbon, **41** (2993) 1801.
- M.Hotta, M.Hayashi, M.T.Lanagan, D.K.Agrawal and K.Nagata, ISIJ Int., **51** (11) (2011) 1766.